

# Πόσο μακριά βρίσκεται η Σελήνη;



Χρήση της  
γεωμετρίας  
για τον  
υπολογισμό  
αστρονομικών  
αποστάσεων

## Δεδομένα εκπαιδευτικού

### Γενικές πληροφορίες

#### Τίτλος

Πόσο μακριά βρίσκεται η Σελήνη;

#### Σύντομη περιγραφή

Έχετε προσπαθήσει ποτέ να δείτε ένα μικρό αντικείμενο εναλλάξ με το ένα ή το άλλο μάτι; Φαίνεται να κινείται, ενώ στην πραγματικότητα είναι σταθερό. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται παράλλαξη. Τώρα σκεφτείτε ότι έχετε ένα κεφάλι στο μέγεθος της Γης, άρα το ένα μάτι βρίσκεται στο βόρειο ημισφαίριο και το άλλο μάτι στο νότιο ημισφαίριο και τα δύο βρίσκονται στον ίδιο μεσημβρινό. Έτσι, αν παρατηρήσετε τη Σελήνη εναλλάξ με το ένα ή το άλλο μάτι, θα συνειδητοποιήσετε ότι η θέση της Σελήνης στον ουρανό αλλάζει. Αυτό είναι το κλειδί για τη μέτρηση της απόστασης από τη Σελήνη γεωμετρικά και χρησιμοποιούμε το ψηφιακό εργαλείο του Stellarium για αυτό.

#### Λέξεις-κλειδιά

Γεωμετρία, γωνία παράλλαξης, μεσημβρινός, Stellarium

## Εκπαιδευτικό Πλαίσιο

### Σύνδεση με το αναλυτικό πρόγραμμα

- ΣΤ' Δημοτικού, Φυσικά, Σύγχρονη Φυσική-Τεχνολογία-Περιβάλλον-Διάστημα, Ηλιακό Σύστημα
- Β' Γυμνασίου, Μαθηματικά, Τριγωνομετρία
- Β' Λυκείου, Φυσική (προσανατολισμός), Εισαγωγή, Είδη Αβεβαιοτήτων
- Εργαστήριο Δεξιοτήτων

### Ηλικία

15-18

### Προαπαιτούμενα

Βασική τριγωνομετρία και γεωμετρία

### Διάρκεια

3 ώρες

## Εκπαιδευτικοί Στόχοι

### Γνωστικοί Στόχοι

- Να λυθεί ένα αστρονομικό πρόβλημα χρησιμοποιώντας τα μαθηματικά

### Συναισθηματικοί

- Να κατανοηθεί πόσο χρήσιμη είναι πραγματικά η γεωμετρία στην επίλυση προβλημάτων τα οποία οι μαθητές δεν μπορούσαν να φανταστούν.
- Να εκτιμηθεί η επιστημονική σκέψη και η αποτελεσματικότητα

### Ψυχοκινητικός

- Συνεργασία μεταξύ των μαθητών

### Μεγάλες Ιδέες Επιστήμης

Κατά τη γέννηση της Αστρονομίας, η Γεωμετρία ήταν η ζωτική της βάση.

Η γωνία παράλλαξης μπορεί να χρησιμοποιηθεί όχι μόνο για την απόσταση κοντινών αστεριών.

## Προσανατολισμός & Υποβολή Ερωτήσεων

Προσανατολισμός: Παρέχετε επαφή με το περιεχόμενο ή/και προκαλείτε την περιέργεια

Θα μπορούσε ένας μαθητής, όπως εσείς, να υπολογίσει την απόσταση μεταξύ της Γης και της Σελήνης;



*Credit: Apollo 8, NASA (1968)*

Αρκεί η Ευκλείδεια γεωμετρία για αυτό;

Ρίξτε μια ματιά στο παρακάτω βίντεο σχετικά με τη βασική γεωμετρία

<https://www.youtube.com/watch?v=wQAiytWGgEk>

## Καθορίστε στόχους και/ή ερωτήσεις από την τρέχουσα γνώση

Στόχος μας είναι να κατανοήσουμε την πολύ περιορισμένη ακρίβεια που διαθέτουμε και να εκτιμήσουμε ότι, με μόνο βασικές γεωμετρικές γνώσεις γυμνασίου και κάποιες υποθέσεις, μπορούμε να υπολογίσουμε τις αστρονομικές αποστάσεις σε πολύ ικανοποιητικό επίπεδο, το οποίο δείχνει, στα μάτια σας ως μαθητές, ότι ο επιστημονικός τρόπος σκέψης λειτουργεί πραγματικά σε όλες τις πτυχές της ζωής.

Ρίξτε μια ματιά στο παρακάτω βίντεο για την παράλλαξη

<https://www.youtube.com/watch?v=iw1MmJs1f5o>

Θα ακολουθήσουμε το ίδιο μοτίβο στη γεωμετρία, με το βίντεο, αλλά θα αλλάξουμε τη χρήση του.

## Δημιουργία και Σχεδιασμός Υποθέσεων

### Δημιουργία Υποθέσεων ή Προκαταρκτικών Εξηγήσεων

Ας πούμε ότι το σχολείο σας βρίσκεται στο βόρειο ημισφαίριο και θα παρατηρήσετε τη Σελήνη ταυτόχρονα με τους μαθητές ενός άλλου σχολείου στο νότιο ημισφαίριο και στον ίδιο μεσημβρινό με εσάς.

Ονομάζουμε μεσημβρινό, το ημικύκλιο που ενώνει τον Βόρειο Πόλο με τον Νότιο Πόλο στους παγκόσμιους χάρτες.

Εσείς, και τα δύο σχολεία, θα παρατηρήσετε τη Σελήνη στο ίδιο σημείο στον ουρανό;

Εάν υπάρχει μια διαφοροποίηση, θα μπορούσατε να την απεικονίσετε;

Όταν δεν μπορούμε να έχουμε τέτοια συνεργασία δύο σχολείων για αυτή τη δραστηριότητα για να έχουμε ταυτόχρονες παρατηρήσεις, θα μπορούσαμε να κάνουμε την ίδια δουλειά μέσω μιας εφαρμογής, όπως το Stellarium.

### Σχέδιο/Μοντέλο



Μπορείτε να προσομοιώσετε τον παρελθόν ή τον μελλοντικό ουρανό, οπουδήποτε στη Γη ή ακόμα και σε άλλα μέρη του Ηλιακού μας Συστήματος μέσω του Stellarium. Μπορείτε επίσης να ενεργοποιήσετε και

να απενεργοποιήσετε τις ετικέτες, να αυξήσετε ή να μειώσετε τον αριθμό των ορατών αντικειμένων και πολλά άλλα.

Το κανάλι του Stellarium στο YouTube περιέχει πολλά λεπτομερή βίντεο που παρουσιάζουν τις δυνατότητες του λογισμικού, συμπεριλαμβανομένου του τρόπου απομακρυσμένου ελέγχου ενός τηλεσκοπίου:

<https://www.youtube.com/channel/UC04hR2mrcRaM9MtMSG7uWLA>.

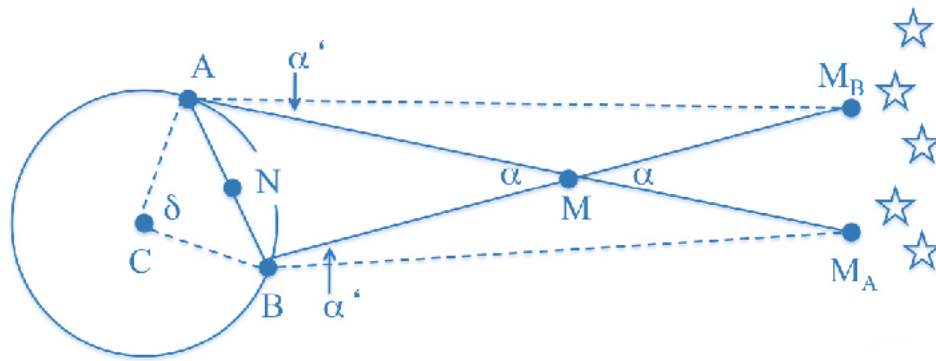
## **Σχεδιασμός, Διερεύνηση και Ανάλυση**

### **Σχέδιο διερεύνησης**

Θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο της γωνίας παράλλαξης για να μετρήσουμε την απόσταση από το φεγγάρι, όπως είπαμε πριν.

Θα ορίσουμε δύο τοποθεσίες: Κέιπ Τάουν στο νότιο ημισφαίριο και Στοκχόλμη στο βόρειο ημισφαίριο. Αυτές οι δύο τοποθεσίες βρίσκονται περίπου στον ίδιο μεσημβρινό. Το γεγονός αυτό είναι κρίσιμο, γιατί μέσω του Stellarium θα μετρήσουμε τη γωνιακή απόσταση μεταξύ των δύο θέσεων από τις οποίες φαίνεται η Σελήνη για τις δύο επιλεγμένες θέσεις, ταυτόχρονα.





*Image by Davide Cenadelli, Albino Carbognani, Andrea Bernagozzi and Cristina Olivotto*

Σκεφτείτε από το παραπάνω σχήμα ότι το σημείο A είναι για τη Στοκχόλμη και το σημείο B είναι για το Κέιπ Τάουν στην υδρόγειο σφαίρα. Το σημείο M είναι για τη Σελήνη και τα σημεία  $M_B$  και  $M_A$  είναι οι φαινόμενες θέσεις της Σελήνης μπροστά από το φόντο των αστεριών. Η φαινόμενη θέση είναι η θέση που φαίνεται να έχει η Σελήνη στον ουρανό.

Όμως ολόκληρη η δραστηριότητά μας περιέχει κάποιες υποθέσεις προκειμένου να καταστεί δυνατός ο υπολογισμός για μαθητές γυμνασίου χωρίς να χάνεται η επιστημονική λογική.

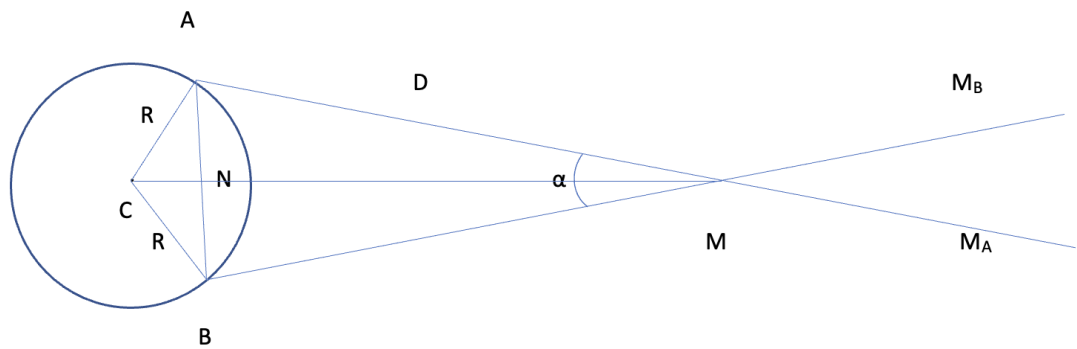
### Παραδοχές

α) Μπορούμε να υποθέσουμε ότι το τρίγωνο ABM είναι ισοσκελές επειδή η απόσταση μεταξύ των δύο τοποθεσιών και της Σελήνης είναι περίπου η ίδια. Με αυτή την υπόθεση, πρέπει να λάβουμε υπόψη το παρακάτω σχήμα για τους υπολογισμούς μας.

β) Μια υπόθεση είναι ότι η Γη είναι τελείως σφαιρική με ακτίνα 6.371 km.

γ) Επειδή οι δύο τοποθεσίες βρίσκονται περίπου στον ίδιο μεσημβρινό, υποθέτουμε επίσης ότι τα σημεία A, B, Γ, N και M βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο.

δ)  $AM_B // BM_A$



Επιλεγμένη τοποθεσία	Γεωγρ. πλάτος (°)	Γεωγρ. μήκος (°)
Στοκχόλμη	59.3294 N	18.0687 E
Cape Town	33.9249 S	18.4241 E

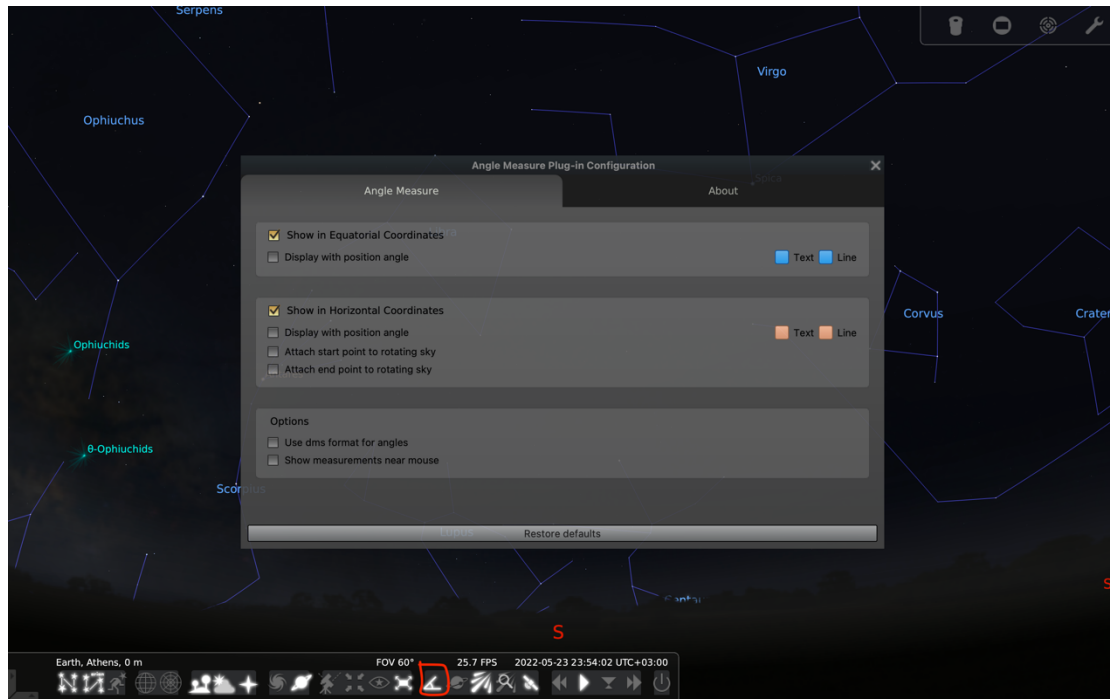
Η γωνία ACB είναι το άθροισμα των απόλυτων τιμών των δύο γεωγραφικών πλατών, άρα  $ACB = 93,25^\circ$ .

Σύμφωνα με την τριγωνομετρία, για το τρίγωνο CAN,  $\eta\mu(ACN) = AN/AC$  και έτσι μπορείτε να βρείτε το AN.

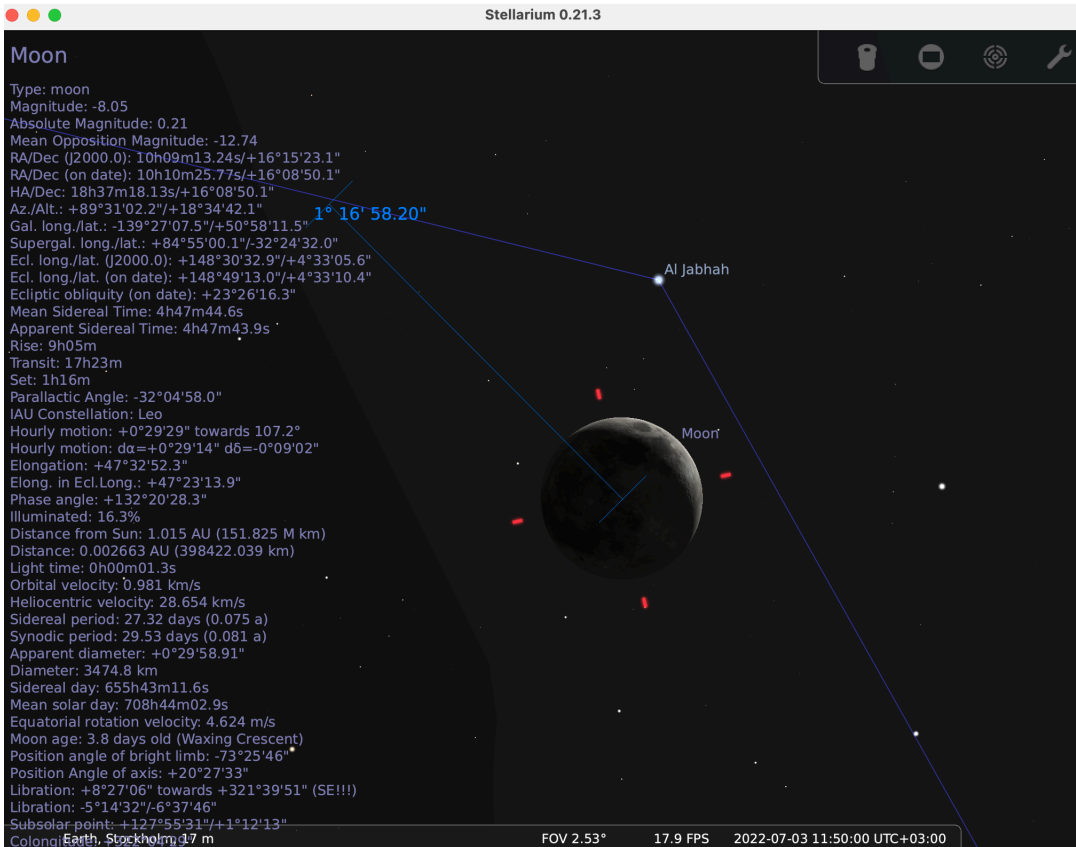
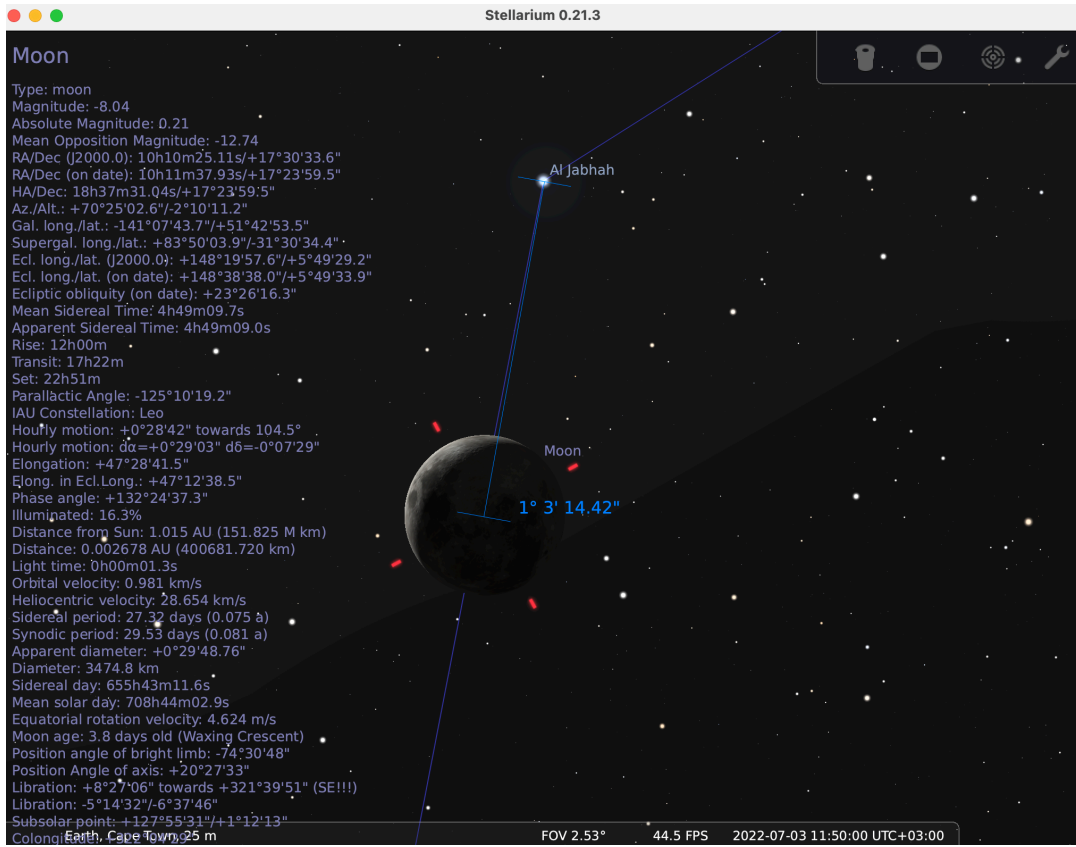
Τώρα για το τρίγωνο NAM,  $\eta\mu(\alpha/2) = AN/D$ .

D είναι η άγνωστη ποσότητα που υπολογίζουμε για αυτή τη δραστηριότητα, επειδή είναι η απόσταση μεταξύ μιας από τις επιλεγμένες τοποθεσίες και της Σελήνης, α είναι η γωνιακή απόσταση μεταξύ των δύο φαινόμενων θέσεων της Σελήνης (ο ουρανός είναι σαν θόλος και μετράμε τις σχετικές αποστάσεις σε μοίρες) που μετράμε στο Stellarium με το κουμπί που βρίσκεται στο κόκκινο περίγραμμα και φαίνεται στο

παρακάτω σχήμα. Από τα plug in, μπορείτε να προσθέσετε μερικά πρόσθετα εργαλεία όπως αυτό που ονομάζεται "angle measure" και το χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση γωνιακών αποστάσεων.



Στις παρακάτω εικόνες, μπορείτε να δείτε τη Σελήνη ταυτόχρονα από τις δύο διαφορετικές τοποθεσίες. Αρχικά, μετράμε τη γωνιακή απόσταση μεταξύ του κέντρου του σεληνιακού δίσκου και ενός κοντινού αστέρα σε αυτό, για την πρώτη τοποθεσία. Δεύτερον, εκμεταλλευόμαστε ότι το Stellarium διατηρεί την προηγούμενη μέτρηση και θέτουμε το δεξί κλικ του ποντικιού ώστε να σύρουμε για τη μέτρηση της γωνιακής απόστασης μεταξύ των κέντρων των σεληνιακών δίσκων (από την πρώτη και τη δεύτερη παρατήρηση).



*An example of angle  $\alpha$  measurement*

Ο χρόνος που επιλέξαμε για τον υπολογισμό φαίνεται στις εικόνες. Προσπαθήστε να βρείτε μια στιγμή για παρατήρηση και συγκεκριμένα όταν η Σελήνη θα βρίσκεται περίπου στο ίδιο υψόμετρο και για τις δύο τοποθεσίες.

Για τη μετατροπή και τον υπολογισμό του ημιτόνου, χρησιμοποιήστε το wolfram alpha, που είναι ένα πολύ εύκολο και άμεσο διαδικτυακό εργαλείο για μια τεράστια γκάμα υπολογισμών.

<https://www.wolframalpha.com/>

## Ανάλυση & Ερμηνεία

Ανάλυση και ερμηνεία: Συγκεντρώστε αποτελέσματα από δεδομένα

Λοιπόν, ποιος είναι ο υπολογισμός σας; Η μέση απόσταση από το φεγγάρι είναι 382.500 χιλιόμετρα (*accepted*). Είναι ο υπολογισμός σας αρκετά κοντά σε αυτό;

Επιπλέον, μπορείτε να υπολογίσετε το ποσοστό σφάλματος της παρατήρησής (*observation*) σας από τον παρακάτω τύπο και αν είναι μικρότερο από περίπου 5%, ο υπολογισμός σας είναι πραγματικά πολύ ακριβής!!

$$\% \text{ error} = \left( \frac{\text{accepted} - \text{observation}}{\text{accepted}} \right) \times 100$$

Εάν είναι υψηλότερο από 5%, δεν πειράζει, γιατί έχουμε λάβει πολλές παραδοχές υπόψιν και το σύρσιμο του δείκτη του ποντικιού για τη μέτρηση της γωνιακής απόστασης δεν είναι πολύ ακριβές.

## **Συμπέρασμα & Αξιολόγηση**

Εξάγετε συμπεράσματα και κοινοποιήστε το αποτέλεσμα/επεξήγηση

Ας σκεφτούμε σύμφωνα με τα αποτελέσματα.

Από τι εξαρτάται η ακρίβεια των αποτελεσμάτων σας;

Πόσο χρόνο χρειάζεται το ανακλώμενο φως για να ταξιδέψει από τη Σελήνη στη Γη; Πόσος χρόνος χρειάζεται για το διαστημόπλοιο Orion της αποστολής ARTEMIS I να φτάσει στη Σελήνη εάν έχει ταχύτητα 39580 km/h;

Τώρα πρέπει να συνειδητοποιήσετε πόσο μακριά είναι ο κοντινότερος ουράνιος γείτονάς μας!!

Αξιολόγηση/Αναστοχασμός

Ίσως κάθε ομάδα μπορεί να παρουσιάσει τα αποτελέσματά της και όλη η επίδειξη να γίνει ένας ευχάριστος γεωμετρικός διαγωνισμός με αφίσα από κάθε ομάδα!

Φυσικά, κάθε ομάδα θα πάρει διαφορετικές τοποθεσίες με τα ίδια κριτήρια για να επιλύσει το πρόβλημα και να φτάσει στο αναμενόμενο αποτέλεσμα.

Σχετικά με τη σημασία αυτής της δραστηριότητας για εσάς, βαθμολογήστε από 1 (χαμηλότερο) έως 5 (υψηλότερο) κάθε θέμα:

- Το ενδιαφέρον που σας προκάλεσε αυτή η δραστηριότητα
- Η επιθυμία να μιλήσετε στους συμμαθητές σας γι' αυτό
- Οι γνώσεις που αποκτήθηκαν/ενισχύθηκαν
- Οι δεξιότητες που αποκτήσατε